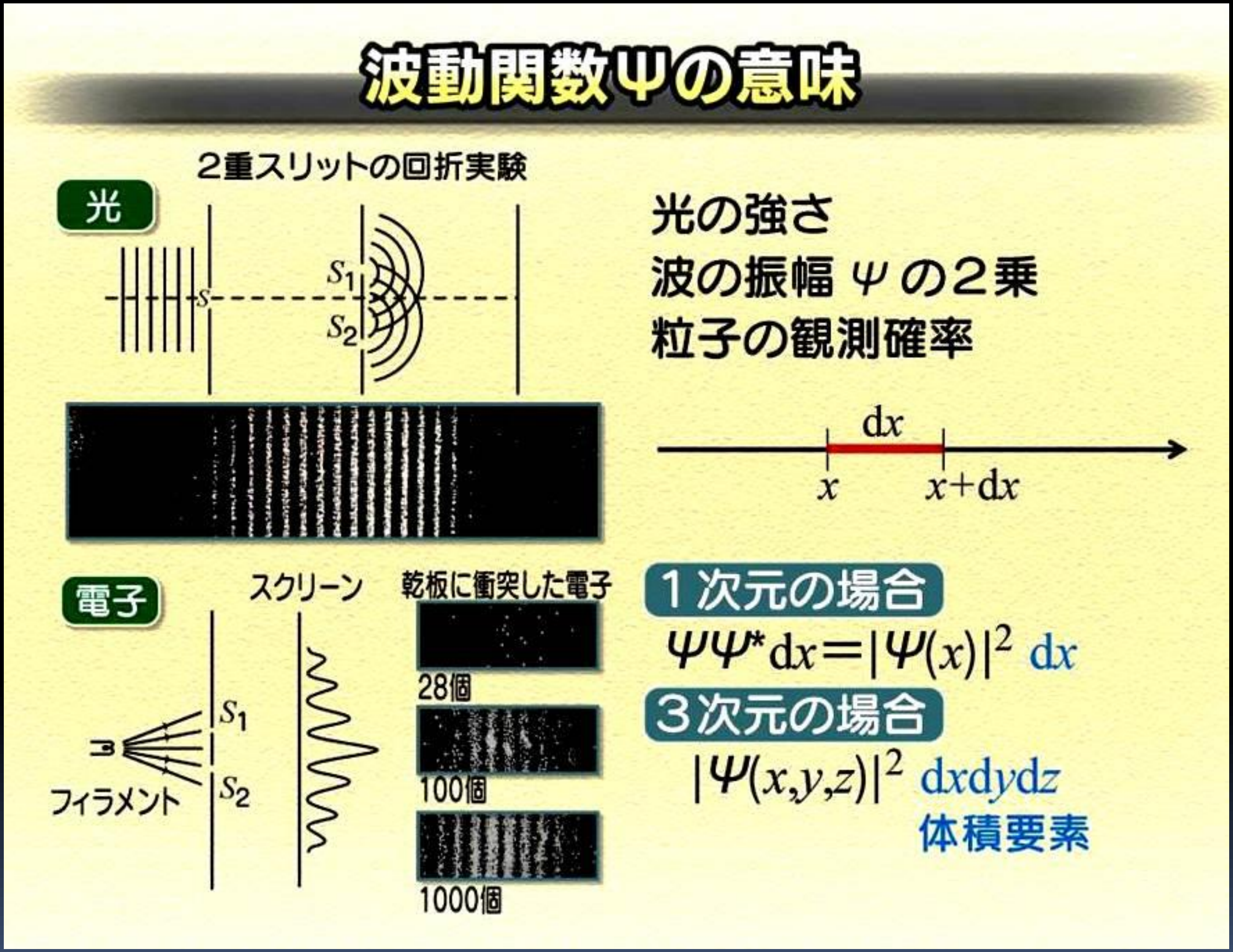
波動関数 Ψ の意味


波動関数Ψの意味
2重スリットの回折実験
光
S_1
S_2
光の強さ
波の振幅 Ψ の2乗
粒子の観測確率
dx
x
x+dx
電子
スクリーン
乾板に衝突した電子
28個
100個
1000個
フィラメント
S_1
S_2
1次元の場合
$\Psi\Psi^* dx = |\Psi(x)|^2\ dx$
3次元の場合
$|\Psi(x,y,z)|^2\ dxdydz$
体積要素

波動関数の数学的性質

波動関数の数学的性質

確率密度 $|\Psi(x, y, z)|^2$

$$\iiint |\Psi(x, y, z)|^2 \, dxdydz = 1$$ （**規格化** 条件）

全空間（$x, y, z = -\infty \sim +\infty$）

波動関数 Ψ **一価** で **連続** な関数

連続性の条件（境界条件）

$x \leqq a \quad \Psi = \psi_1(x) \qquad x = a \qquad x \geqq a \quad \Psi = \psi_2(x)$

$$\psi_1(a) = \psi_2(a)$$

定常状態

定常状態

波動関数$\Psi(x, y, z, t)$の時間依存性

$$i\hbar\partial\Psi/\partial t = \hat{H}\Psi$$

(1) 時間を含む波動方程式

エネルギー E が時間に依存しない状態（定常状態）では、

$\hat{H} = E$（一定）だから、　$i\hbar\partial\Psi/\partial t = E\Psi$

$$\partial\Psi/\Psi = (E/ i\hbar)\partial t = (-iE/\hbar)\partial t$$

積分すると、$\ln\Psi = -iEt/\hbar +$ (t を含まない定数：$\ln\psi$とおく)

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)\, e^{-i (E/\hbar) t} \longrightarrow \text{(1)に代入}$$

$$E\psi(x, y, z)e^{-i (E/\hbar) t} = \hat{H}\,\psi(x, y, z)\, e^{-i (E/\hbar) t}$$

よって、

$$\hat{H}\,\psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z)$$

(2) 定常状態の波動方程式

確率密度を計算すると、　$|\Psi(x, y, z, t)|^2 = |\psi(x, y, z)|^2$

固有関数と固有値

固有関数・固有値

$\hat{H}\psi = E\psi \;\Leftrightarrow\; \hat{F}\varphi = f\varphi$ 　固有方程式

（演算子）（固有関数）＝（固有値）（固有関数）

演算子 $\hat{H}, \hat{p}, \hat{x}, \cdots$ （エルミート演算子）

固有値 許される値、観測可能な値（実数）

$$\hat{F}\varphi_1 = f_1\varphi_1, \quad \hat{F}\varphi_2 = f_2\varphi_2, \quad \hat{F}\varphi_3 = f_3\varphi_3, \quad \cdots$$

縮重（縮退） $\hat{F}\varphi_1 = f\varphi_1, \quad \hat{F}\varphi_2 = f\varphi_2, \quad \cdots$

固有値 f の固有関数を $\varphi_1, \varphi_2, \cdots$ とすると、その線形結合

$\varphi = c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2 \cdots$ も、$\hat{F}$ の固有値 f の固有関数

$$\hat{F}\varphi = \hat{F}(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2 \cdots) = f(c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2 \cdots) = f\varphi$$

Home Work

1） $e^{i\theta} = i$, $e^{i\theta} = -1$となるθはそれぞれ何度か？

2）F=sinθ、F=cosθ、 F=２sinθ＋cosθ、いずれも

$$\boxed{\frac{d^2}{d\theta^2} F = -F}$$

を満たすことを示せ。

3）波動関数が**１価**で**連続**でなければならない理由？

See You, Next Time!

2015.04.18 撮影@釜房ダム